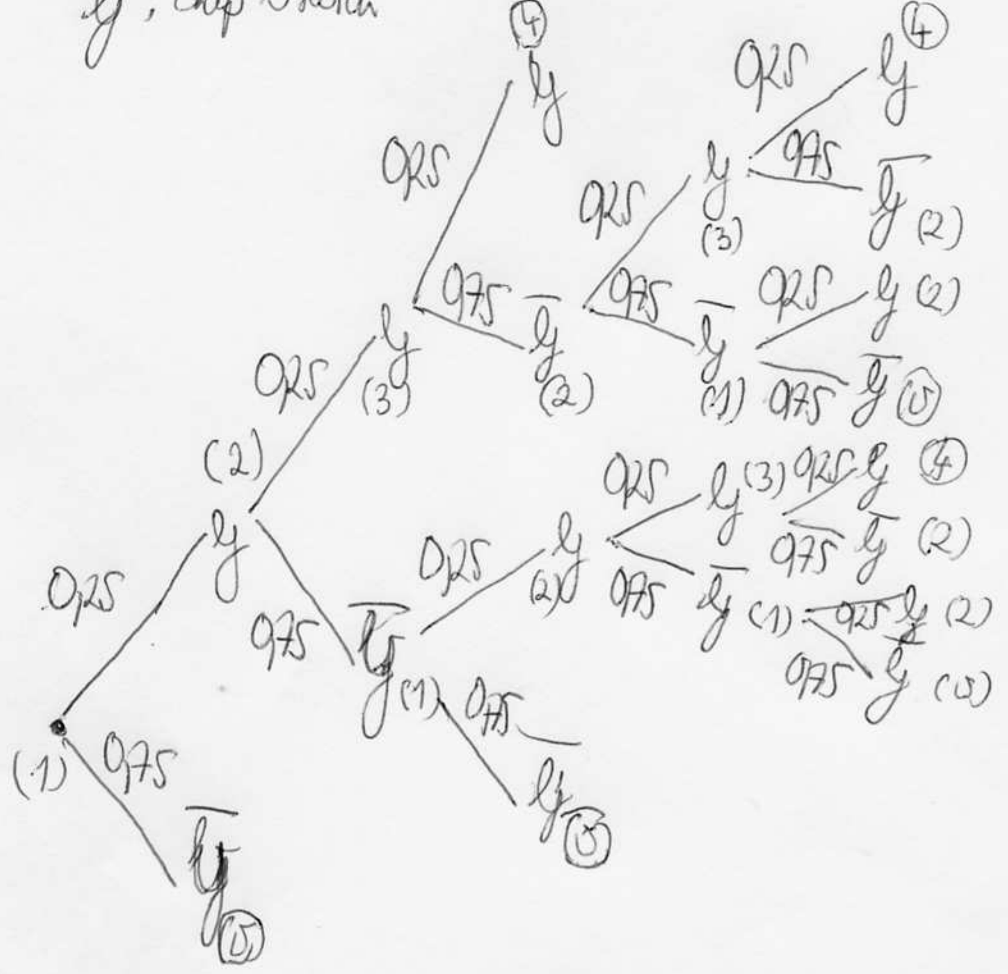
Klausur vom 25.1.06

3) a/b) G: Chip gewonnen

$\bar{G}$: Chip verloren

Abbruch bei insgesamt 4 Chips oder bei 0 Chips oder nach dem 5. Spiel



1. Spiel 2. Spiel 3. Spiel 4. Spiel 5. Spiel

(In Klammern: Anzahl der Chips)

$\Omega = \{ GGG;\ GG\bar{G}GG;\ GG\bar{G}G\bar{G};\ GG\bar{G}\bar{G}G;\ GG\bar{G}\bar{G}\bar{G};$
$G\bar{G}GGG;\ G\bar{G}GG\bar{G};\ G\bar{G}G\bar{G}G;\ G\bar{G}G\bar{G}\bar{G};$
$G\bar{G}\bar{G};\ \bar{G} \}$

3c) Vorzeitiger Spielabbruch in 3 Fällen.

$P(\text{vorz. Abbr.}) = P(\{GGG;\ G\bar{G}\bar{G};\ \bar{G}\}) = 0{,}25 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}25 + 0{,}25 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}75 + 0{,}75 = \frac{29}{32} \approx 0{,}91 = \underline{91\%}$

4.) Urne: 10 r, 7 s $\Rightarrow$ 17 Kugeln

a) 6 Kugeln nacheinander mit Zurücklegen ziehen

α) $P(\underbrace{\text{alle Kugeln rot}}_{E}) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{10^6}{17^6} = \left(\frac{10}{17}\right)^6 \approx 0{,}041$ $(4{,}1\%)$

β) $P = P(\text{alle Kugeln rot}) + P(\text{alle Kugeln schwarz}) =$

$\overset{\alpha)}{=} \left(\frac{10}{17}\right)^6 + \frac{7^6}{17^6} \approx 0{,}046 = 4{,}6\%$

γ) $P(\text{höchstens 2 Kugeln rot}) =$

$= P(\text{keine Kugel rot}) + P(\text{genau 1 Kugel rot}) +$

$+ P(\text{genau 2 Kugeln rot}) =$

Platzwahl für die zwei roten Kugeln!

$= \frac{7^6}{17^6} + \frac{6 \cdot 10 \cdot 7^5}{17^6} + \frac{10^2 \cdot 7^4 \cdot \binom{6}{2}}{17^6} \approx 0{,}196 = 19{,}6\%$

4b) $P(\text{mind. 1 mal schwarz}) \geqq 0{,}99$

$1 - P(\text{niemals schwarz}) \geqq 0{,}99$

$1 - \frac{10^n}{17^n} \geqq 0{,}99 \quad | -1$

$-\left(\frac{10}{17}\right)^n \geqq -0{,}01 \quad | \cdot (-1)$

$\left(\frac{10}{17}\right)^n \leqq 0{,}01 \quad | \ln \ldots$

$\ln\left(\frac{10}{17}\right)^n \leq \ln 0{,}01$

$n \cdot \ln\frac{10}{17} \leq \ln 0{,}01 \quad | : \underbrace{\ln\frac{10}{17}}_{<0}$

$n \geqq \frac{\ln 0{,}01}{\ln \frac{10}{17}} \approx 8{,}67\ldots$ Mindestens 9 mal.

5.) $|\Omega| = \underline{\underline{2006}}$; $\Omega = \{1;2;3;\ldots;2006\}$

Davon durch 21 teilbar: $2006 : 21 = 95{,}52\ldots \Rightarrow 95$ Zahlen

Durch 27 teilbar: $2006 : 27 = 74{,}2\ldots \Rightarrow 74$ Zahlen

Durch 35 teilbar: $2006 : 35 = 57{,}3\ldots \Rightarrow 57$ Zahlen

Durch 21 und durch 27 teilbar: $\left.\begin{array}{l} 21 = 3 \cdot \underline{7} \\ 27 = \underline{3 \cdot 3 \cdot 3} \end{array}\right\}$ Vielfache von $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 27 \cdot 7 = 189$;

$2006 : 189 = 10{,}6\ldots \Rightarrow 10$ Zahlen

Durch 21 und durch 35 teilbar: $\left.\begin{array}{l} 21 = \underline{3} \cdot 7 \\ 35 = \underline{5 \cdot 7} \end{array}\right\}$ Vielfache von $3 \cdot 5 \cdot 7 = 35 \cdot 3 = 105$;

$2006 : 105 = 19{,}1\ldots \Rightarrow 19$ Zahlen

$\Rightarrow |E| = 95 + 74 + 57 - 10 - 19 = \underline{\underline{197}}$

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{197}{2006} \approx \underline{\underline{0{,}0982 = 9{,}82\%}}$$

6.) $$P = \frac{\binom{40-7}{5}}{\binom{40}{5}} = \frac{\binom{33}{5}}{\binom{40}{5}} \approx 0{,}36 = \underline{\underline{36\%}}$$